

Кохан Я. О.  
Інститут філософії ім. Г. С. Сковороди НАНУ  
**Непомічена металогічна дисципліна**

Починаючи з Ч. Пірса, прийнято поділяти металогіку на три дисципліни: семантику, синтаксис та прагматику. Однак такий поділ неадекватний. Перш за все очевидно, що прагматика в цілому протистоїть т. зв. чистій логіці, яку сукупно складають синтаксис та семантика; для побудови прагматики потрібно додавати до вихідних «чистих» категорій логіки нові — при чому більш-менш повний список цих нових категорій досі невідомий. Таким чином, прагматика лежить поза межами принаймні «чистої» металогіки, металогіки в тому звичному розумінні, в якому це поняття вживають щоденно, обговорюючи властивості логічних мов, формальних систем та їхніх моделей. Далі, синтаксис і семантика також не можуть виступати в якості членів однієї класифікації, оскільки базові синтаксичні категорії суть *різновиди* однієї з категорій семантики, а саме категорії мовного виразу; відтак, синтаксис може вважатися надбудовою над семантикою — але ніяк не самостійною металогічною дисципліною.

Тим не менше семантика не покриває всієї металогіки навіть відносно (предметної) класичної логіки. Конкретніше, достатньо багаті формальні мови, що складають основу предметної логіки, будуються на розрізненні категорій предмета (індивіда) й предиката, що безпосередньо конститує атомарні речення. Це розрізнення не можна вивести з семантики. О. Д. Смирнова, виступаючи в 2004 році на конференції з логіки в Санкт-Петербурзі, висловила тезу, за якою відкрите Готтлобом Фреге розрізнення предмета й предиката є більш фундаментальним, аніж його ж категорії семантичного трикутника. Ризикнемо заперечити на цю ідею. Насправді обидва розрізнення незалежні одне від одного. Власне, це очевидно: кожне з розрізнь можна однаково проводити в межах кожної із категорій іншого розрізнення; так, можна вирізняти індивідні та предикатні смисли (концепти у Р. Карнапа) — це буде перше з розрізнь в межах семантичної категорії смисла; можна, навпаки, в межах категорії предмета розрізнити ім'я предмета, його смисл і сам предмет — що буде семантичним розрізненням в межах однієї з категорій першого розрізнення.

І оскільки семантичний трикутник конститує семантику як окрему дисципліну, співвідношення «предмет–предикат» так само повинно утворювати якусь незалежну галузь металогіки. Досі така галузь не була окреслена, названа і оформлена в окрему дисципліну. Це тим більш прикро, що всі передумови для потрібного виділення були забезпечені ще Фреге. В одному листі до Е. Гуссерля Фреге накреслив таблицю [6; 154], яка наочно демонструє незалежність обох обговорюваних тут розрізнь і покриває собою всю металогіку принаймні щодо класичної логіки. У дещо модифікованому й модернізованому вигляді ця таблиця є такою:

	Логістика		
Семантика	Власне ім'я	Понятійний вираз (ім'я предиката)	Атомарне речення
	Смисл власного імені	Смисл понятійного виразу	Атомарне висловлювання (атомарна думка)
	Предмет	Поняття (предикат)	Значення істинності

З неї можна прибрати праву колонку, оскільки описані там категорії не суть базові, а утворені поєднанням категорій сусідніх комірок того ж рядка.

Назвемо (це відображено в таблиці) шукану металогічну дисципліну *логістикою*; це слово давно не використовується, отже може бути вжите в новому значенні. Метою даної роботи є окреслення основ логістики в загальних рисах.

**Проблема Фреге.** Фреге в роботі «Про поняття і предмет» [8] (яка є відповіддю на критику його «Основ арифметики» з боку філософа Бенно Керрі) обговорює принцип, за яким має проводитися задеклароване в назві розрізнення між предметами й поняттями. На початку статті він стверджує, що таким може бути або логічний, або психологічний принцип (тобто, зрештою, таких принципів є два). В кінці ж тексту проводиться зовсім інше розрізнення:

(а) З одного боку, предмети та поняття можуть розрізнятися як об'єкти двох принципово відмінних один від одного типів; предмети називаються тут такими об'єктами, імена яких можуть виступати в ролі граматичного підмета і ніяк не можуть становити повну групу присудка (хоча й можуть входити в цю групу в якості складової частини), тоді як поняття, навпаки, мають другу властивість і не мають першої (хоча всякому поняттю  $F$  відповідає деякий предмет, який називається «поняття  $F$ », і ця назва може бути групою підмета в реченні); крім цього, предмети можна вважати в певному сенсі замкненими (вираз Фреге) або ізольованими, завершеними об'єктами, в той час як поняття принципово незамкнені, незавершені, — як це називав Фреге: *ненасичені*, — що означає, що вони потребують доповнення; імена понять, будучи доповнені іменами предметів, утворюють речення.

(б) З другого боку, Фреге визнає, що можна трактувати розглядуване розрізнення з точки зору місця, яке об'єкт займає у корпусі речення; в такому разі категорії предмета й поняття цілковито відносні, і те, що в одному розгляді трактується як поняття, в іншому, може статися, виступатиме в ролі предмета, що підпадає під якийсь інше поняття (відтак і предмет десь інде може стати поняттям).

Релятивне розуміння (б) Фреге приписує Керрі і категорично від нього відмежовується, стоячи на абсолютному розумінні (а). Він не заперечує в цілому можливості трактування (б), а просто відмовляється це трактування аналізувати й обговорювати, вважаючи суттєвим для задач аналізу математики лише розрізнення (а). Однак, як буде показано далі, співвідношення між обома трактуваннями є суттєвим для концепції самого Фреге і взагалі має велике значення для металогіки в цілому. Називатимемо проблему співвідношення між категоріями предмета та поняття *проблемою Фреге*.

Для простоти проведитимемо надалі скрізь аналіз лише для випадку атомарних речень; це не зменшить загальності розгляду, оскільки конструкції, відповідальні за утворення молекулярних речень, не вносять нічого нового в будову атомів, які, власне, можна розглядати як такі, що складаються тільки з понятійних імен та імен

предметів<sup>1</sup>. Також дозволимо собі модернізувати оригінальну термінологію, називаючи поняттям  $n$ -місний предикат за будь-якого натурального  $n$  (сам Фреге називав поняттями тільки властивості, тобто 1-місні предикати), і вживатимемо слова «поняття» і «предикат» як синоніми.

Звернемося до проблеми Фреге.

Перш за все слід відзначити, що насправді керрієвські та фрегевські категорії сумісні. Дійсно, довільне речення  $A$ , проаналізоване у предикатному фрегевському стилі, виявляється конструкцією виду  $F(a_1, \dots, a_n)$ , де  $F(\dots)$  — предикат, тобто фрегевське поняття, а  $a_1, \dots, a_n$  — індивіди, тобто фрегевські предмети. Оскільки  $A$  осмислене, завжди можна виділити один із  $a_i$  в якості підмета, а всі інші списати в групи підмета та присудка так, що в результаті матимемо керрієвський предмет  $a_i$  і керрієвське ж поняття  $F^*(\dots)$ , яке від фрегевського відрізняється тільки кількістю параметрів та аргументів; більш загально, можна виділити в якості імен предметів ще деякі другорядні члени речення — однак це не змінить структуру проблеми.

Зворотне так само має місце. Сам Фреге показує в тексті, що практично завжди можна так перетворити речення із заданою граматичною структурою, що стане можливим розбити його на ім'я фрегевського предмета і понятійний вираз (ім'я поняття).

За такого способу аналізу фрегевські та керрієвські категорії незмінно супроводжуватимуть одні одних. На цьому етапі видається, що йдеться, власне, про різницю логічного (Фреге) та граматичного (Керрі) підходів до аналізу мовних виразів. За такої постановки проблема набуває тривіального вигляду, і суперечка Фреге–Керрі автоматично розв'язується на користь першого з диспутантів. Насправді ж вважати все вищесказане вичерпним аналізом було б невірно: проблема співвідношення розрізень (а) та (b) допускає й чисто логічне тлумачення, між іншим, заявлене у фрегевському тексті.

Ми отримаємо шукане логічне тлумачення, якщо замінимо граматичний Керріїв аналіз речень на предикатний. На перший погляд може видатися, що в такому разі відмінності між обома позиціями повністю зітруться, адже предикатний аналіз — це якраз те, що обстоював у дискусії Фреге. Проте це не так. Бо у контексті обговорюваної дискусії Фреге вдавався до розмежування понять різних ступенів і говорив про підпаданя та непідпаданя понять під поняття більш високого ступеня. Чистий же предикатний аналіз не містить сам по собі засобів для такого розмежування. Справді, нехай пара предметів  $\langle a, b \rangle$  підпадає під поняття  $R(\dots)$ ; інакше кажучи,  $a$  і  $b$  знаходяться у відношенні  $R(\dots)$ ; тоді маємо  $R(a, b)$ . Якщо тепер потрібно підвести саме поняття  $R(\dots)$  під поняття більш високого ступеня, то як це виразити? У формі

$$S(R)? \tag{1}$$

Але чи допущенно ставити  $R$  на аргументне місце і забирати у виразу  $R(\dots)$  дужки? Ось це питання ми й розглядатимемо як переформулювання предмету обговорюваної дискусії.

За прийнятого переформулювання погляди Керрі набудуть наступного вигляду: один і той же об'єкт логічного аналізу в різних реченнях може траплятися як на предикатному, так і на аргументних місцях, так що записи  $R(a, b)$  і  $S(R)$  однаково допущенні.

---

<sup>1</sup> Тобто ми не розглядатимемо безособових речень.

Погляди Фреге в такому разі можна зводити до заперечення однакової допущенності  $R(a, b)$  і  $S(R)$ ; це не конструктивне заперечення, оскільки власного розв'язання проблеми Фреге не запропонував — однак він провів цінний аналіз, достатній для побудови шуканого розв'язання, на який ми спиратимемося надалі. Основна ідея, довкола якої групується фрегевська аргументація, полягає в тому, що у реченнях, в яких ім'я поняття опиняється на місці підмета, відбувається підміна поняття деяким предметом. У природній мові така підміна виражається (фіксується) шляхом додавання до понятійного виразу слова «поняття» — або, у вужчих випадках, слів «властивість» та «відношення». Відтак, коректний запис того факту, що  $R$  підпадає під  $S$ , має бути рівнозначним наступному:

$$S(\text{поняття } R), \quad (2)$$

де «поняття  $R$ » — це предмет, і тому він може стояти на аргументному місці  $S$ ; при цьому, поняття  $R$  як таке не трапляється у (2) взагалі.

Як зобразити (2) в синтаксисі (тобто в якійсь формальній логічній мові)? Щоб відповісти на це питання, слід встановити, яке відношення має місце між наступними об'єктами:

$$\text{поняття } F(\dots) - \text{предмет «поняття } F(\dots)\text{»} \quad (3)$$

У самого Фреге, на жаль, немає такої постановки питання — про вираження у формальних мовах — тому немає теорії, яка б описувала співвідношення (3). Формулюванням основ такої теорії ми і займемося.

Перш за все покажемо, услід за Фреге, чому поняття може заміщуватися предметом. Причина цього криється в тому, що поняття саме по собі не є завершеним об'єктом, який можна розглядати ізольовано; як висловлювався сам Фреге: поняття за своєю природою є предикативним або *ненасиченим* — а саме, воно має у своїй логічній структурі деякі «прогалини», «вільні місця» або «валентності»<sup>2</sup>, які мають бути якимось заповнені або усунені для того, щоб поняття могло із засобу розгляду стати його об'єктом. Властивість має одну таку валентність, двомісне відношення — дві,  $n$ -місне відношення —  $n$  валентностей. Наявність валентностей якраз і є причиною того, що поняття саме по собі не є завершеним і може прикладатися до інших об'єктів, які тим самим займатимуть місця-валентності в його структурі, *насичуючи* його.

Факт ненасиченості зображається у створених Фреге предикатних мовах дужками, що ставляться після понятійного імені (предикатного символу). Валентності позначаються за допомогою змінних, що поміщаються в дужки, де записуються послідовно через кому. В загальному випадку  $n$ -місного відношення  $F(\dots)$  маємо таке його позначення:

$$F(x_1, \dots, x_n). \quad (4)$$

Якщо тепер дане поняття  $F(\dots)$  підпадає під поняття більш високого ступеня (порядку), як це записати? Фреге відзначає, що у реченні «поняття  $F(\dots)$  підпадає під поняття  $G(\dots)$ » говориться про підпадання під поняття  $G(\dots)$  не *поняття*  $F(\dots)$ , а об'єкта «поняття  $F(\dots)$ », який є насиченим, завершеним цілим (може розглядатися ізольовано) — і саме тому є предметом, а не поняттям, котре ненасичене за самою своєю природою. Відтак «поняття  $F(\dots)$ » — це предмет, і саме тому він може підводитися під поняття  $G(\dots)$  (яке вже є поняттям). Саме це ми зафіксували у (2).

<sup>2</sup> Термін мій — Я. К.

Таким чином, завжди, коли ми починаємо говорити *про* якесь поняття, ми неявно заміщуємо його відповідним йому абстрактним предметом «поняття таке-то».

Яку структуру має предмет «поняття  $F(\dots)$ », якщо самé поняття  $F(\dots)$  має структуру, зафіксовану в (4)? Ясно, що її не можна зобразити конструкцією виду «поняття  $F(x_1, \dots, x_n)$ », оскільки такий вираз містить валентності — що є характеристичною ознакою понять, а не предметів. Тим не менше аналіз виразу «поняття  $F(x_1, \dots, x_n)$ » цілком достатній для знаходження правильного розв'язання. Перш за все, одразу видно, що наведений вираз надлишковий за своїми зображувальними засобами. Справді, назвати  $F$  поняттям — це визнати його ненасиченим об'єктом; ненасиченість, у свою чергу, зображається у предикатних мовах дужками, поставленими після понятійного символу  $F$  — що відзначалося вище. Таким чином, слово «поняття» і дужки після  $F$  позначають одне й те саме; тому викреслимо слово «поняття» як належне природній мові, а не логічним формальним мовам, і отримаємо вираз « $F(x_1, \dots, x_n)$ ». Він складається з лапок, які означають, що це насичений об'єкт (предмет), понятійного знаку  $F$  (який передає індивідуальність розглядуваного об'єкта), дужок після нього (що означає, що даний предмет утворений з поняття) і змінних  $x_1, \dots, x_n$ . Всі компоненти виразу, окрім останнього — набору змінних  $x_1, \dots, x_n$  — є в ньому суттєвими. Змінні ж, навпаки, не відповідають суті справи, оскільки позначають валентності, яких в імені предмета не повинно бути. Щоб розглядуваний вираз позначав предмет, треба зробити його незалежним від позначень валентностей, які є в імені поняття  $F(x_1, \dots, x_n)$ . Добитися цього простим вилученням змінних не вдасться, оскільки кількість аргументних місць характеристична для будь-якого поняття  $F(x_1, \dots, x_n)$ , а отже і для будь-якого предмета «поняття  $F(x_1, \dots, x_n)$ »; приклад Фреге з *Begriffsschrift*: «умертвити» —  $R(x, y)$ , і «умертвити себе» —  $R(x, x)$  — це різні поняття. Більш загально кажучи, з будь-якого  $n$ -місного поняття ототожненням деяких аргументів завжди можна отримати  $2^n - n - 1$  нових понять, деякі з яких імовірно будуть нееквівалентними.

Таким чином, потрібно залишити позначення валентностей змінними, але так їх відзначити, щоб цілий вираз, який їх містить, не залежав від них.

Найбільш послідовна спроба здійснити це представлена у  $\lambda$ -численні А. Чорча [1], [10; 28–29, 354–355]. Тут всякому виразу виду (4) (а також деяким іншим, якими ми тут не цікавимося) ставиться у відповідність функція, яка доставляє аргументам  $x_1, \dots, x_n$  значення всього виразу (4). Ця функція є об'єктом розгляду, а не його засобом, тому її валентності зв'язуються спеціальним *оператором абстракції*  $\lambda$  якраз для того, щоб усунути ці валентності; це саме та мета, яка зараз постала перед нами. Зв'язавши кожну змінну в (4) оператором  $\lambda$ , отримаємо наступний вираз:

$$\lambda x_1, \dots, \lambda x_n F(x_1, \dots, x_n), \quad (5)$$

який якраз позначає потрібну функцію. Оскільки предикат — це пропозиційна функція (що постулював вже Фреге), цілком допущено говорити про те, що  $\lambda$ -конверсія Чорча доставляє поняттю як ненасиченому об'єкту відповідний предмет «поняття ...», який від даного поняття відрізняється тільки наявністю валентностей.

Теорія  $\lambda$ -конверсії на перший погляд видається і зручною технічно, і адекватною змістовно. Тим більше, що вона дозволяє зв'язувати оператором  $\lambda$  не всі змінні у конвертованому виразі, а відтак отримувати вирази понять, залежних від параметрів. Скажімо, з форми (за Чорчем)  $C(x, y)$  — « $x$  — сусід  $y$ », можна отримати не лише вираз для поняття сусідства  $\lambda x \lambda y C(x, y)$ , але і функцію  $\lambda x C(x, y)$ , значеннями якої є різні властивості бути сусідом когось конкретного, наприклад

«бути сусідом (конкретного)  $b$ » —  $\lambda x C(x, b)$  (отримуються підстановками сталих замість  $y$ ).

Однак тут вже криється перепона для  $\lambda$ -теорії, яка полягає в тому, що можливості часткової конверсії змінних пропозиційної форми виду (4) значно обмеженіші, аніж може видатися спершу. Цей факт можна встановити на прикладі. В якості такого візьмемо тільки-но згадане відношення сусідства  $C(x, y)$ . Воно має дві валентності, отже можливі дві його часткові конвертації:  $\lambda x C(x, y)$  та  $\lambda y C(x, y)$ . Першу з них ми тільки-но описали; звернемося до другої. Розглядаючи її, легко переконалися, що вона не має осмисленого прочитання, сумісного з  $\lambda$ -теорією. Справді,  $\lambda y C(x, y)$  можна прочитати як « $x$  — сусід ...» або «бути  $x$ , який є сусідом ...». Однак наведені прочитання не описують ніякого поняття (предиката, функції), хоча і суть ненасичені вирази, які при заповненні валентності, зображеної трикрапкою, перетворюються на речення, що допускають ствердження. Конкретніше, будова цих прочитань така, що у першому випадку ми маємо аргумент  $x$ , що підводиться під поняття з одним параметром ( $y$ ), але формулювання імені цього поняття не завершено, оскільки не вказаний цей самий параметр; у другому випадку говориться про рівність якогось  $z$  недоформульованій дескрипції  $\iota_u(u = x \wedge C(x, ...))$ .

Такий стан справ пояснюється тим, що в наведених прочитаннях  $x$  є підметом, але **підмет у природних мовах може бути тільки аргументом**, тільки іменем предмета, який підводиться під поняття, — але не частиною поняттєвого виразу, не параметром поняття. Це так і не може бути інакше, оскільки в іншому разі аргументом мав би стати якийсь із другорядних членів речення — адже хоч один аргумент поняття, будучи ненасиченим, повинно мати — а в цьому разі вже значення цього другорядного члена речення підводилося б під поняття, отже, з граматичної точки зору *про нього* йшлося б у реченні, про нього б висловлювалося поняття, — так що цей другорядний член речення став би підметом. Це означає, що розрізнення в реченні підмета і групи присудка має логічний сенс і не може бути обійдене; зокрема, значення підмета не може бути параметром поняття, а тільки його аргументом. Фреге в обговорюваній роботі якраз і розрізнив предмет і поняття на основі розрізнення підмета і групи присудка; те, що він відмовився в інших роботах надати виділенню підмета логічний статус (напр.[7; 81]), означає незавершеність його аналізу; ми здійснюємо це завершення в даному тексті.

Повернемося до  $\lambda$ -конверсії. Можливо, часткову конвертацію  $\lambda y C(x, y)$  слід читати як «бути таким  $y$ , чий сусід —  $x$ »? Таке прочитання, насправді, не рятує ситуацію, оскільки воно взагалі несумісне з  $\lambda$ -теорією: в ньому замість оператора абстракції  $\lambda$  з'являється дескриптивний оператор «такий  $y$ »; однак функції дескриптивних операторів та оператора абстракції прямо протилежні: перші роблять акцент на зв'язуваних ними змінних, зводячи значення всього виразу до допущених значень цих змінних, в той час як останній усуває змінні, роблячи їх взагалі не прочитуваними.

Таким чином, ми зайшли в глухий кут. Прочитання часткової конвертації, що залишає незаторкнутою змінну, яка відповідає підмету у природній мові, або не можна сформулювати взагалі, або це формулювання несумісне з  $\lambda$ -теорією. Такий вердикт легко узагальнюється на предикати будь-якої місності, тобто на всі вирази виду (4). Справді, скільки б не було аргументів у предиката, один із них при прочитанні у природній мові зображатиметься підметом, а інші — другорядними членами речення. Нехай, як стверджує Фреге, в різних прочитаннях в ролі підмета

виступатимуть *різні* аргументи; при цьому, якщо конвертувати оператором  $\lambda$  тільки один аргумент, він автоматично стане читатися, як підмет (а весь вираз перетвориться на «бути у відношенні <ім'я поняття> до <імена аргументів>») — інакше ми, як показано вище, взагалі не зможемо прочитати отриманий вираз. Якщо на неконвертованих аргументних місцях стоятимуть сталі, отримаємо одномісне поняття (властивість) з параметрами; конвертація всіх цих аргументних місць в додаток до конвертації підмета дасть в загальному випадку предмет «(таке-то) (*n*-місне) поняття». Однак всі спроби конвертувати деякі, але не всі валентності (в додачу до валентності підмета або без неї) приведуть при прочитанні до недоформульованих виразів, де на місцях *конвертованих* змінних стоятимуть трикрапки, і заповнити всі такі відзначені трикрапками місця одночасно осмисленим і несуперечливим чином буде неможливо. Для читачів, які не знають теореми про те, що клас формул з двомісними предикатами є класом звідності для першопорядкової логіки, наведемо приклад із тримісним відношенням.  $Zw(x, y, z)$  — «*x* знаходиться між *y* та *z*», має дві осмислені конвертації:  $\lambda x \lambda y \lambda z Zw(x, y, z)$  — «поняття “знаходиться між”» і  $\lambda x Zw(x, y, z)$  — «властивість знаходитися між *y* та *z*». Всі інші конвертації або прочитати взагалі неможливо, як у випадку  $\lambda x \lambda y Zw(x, y, z)$  — «знаходиться між ... і *z*», або прочитання засноване на підміні оператора  $\lambda$  на дескриптивний оператор, як у випадку  $\lambda z Zw(x, y, z)$  — «бути тим *z*, що між *y* та ним знаходиться *x*». Суттєво, що не можна замінювати трикрапки на прикметники або неозначені присвійні займенники на зразок «певний», «щось» і писати: «знаходиться між чимось і *z*», — оскільки такі непевно-вказівні вирази, як їх назвав би Фреге, суть точні аналоги змінних, а ідея  $\lambda$ -конверсії полягає якраз у тому, щоб ці змінні взагалі усунути з прочитань. В будь-якому випадку неозначено-вказівні вирази *читаються*, що означає, що  $\lambda$ -конверсія тут незастосовна.

Отже, для поняттєвих виразів виду (4) існує тільки дві допущенні конвертації: повна, виду (5), де конвертуються всі валентності, та одна одинична, де конвертується тільки одна валентність, яка при прочитанні у природній мові відповідає місцю підмета в реченні. Взагалі кажучи, ця виділена валентність може бути обрана довільно, оскільки, як показав Фреге, завжди можливі переформулювання, які виділяють той чи інший аргумент предиката в якості підмета. Однак проблема полягає в тому, що у синтаксисі предикатних мов взагалі немає засобів для виділення одного з аргументів предиката. Це зумовлено відмовою Фреге ввести такі засоби. Вже у «Шрифті понять» [7; 81] він відмовився надавати вирізненню підмета в реченні логічний статус. Мотивація такої позиції ґрунтувалася на ідеї, згідно з якою слід ототожнювати еквівалентні висловлювання (а значить речення і формули). Наш розбір основ  $\lambda$ -теорії показує, що таке ототожнення недоцільне, оскільки при ньому втрачається важливе розрізнення між виділеним аргументом та всіма іншими, що призводить до втрат при співставленні різних формулювань за їхнім смислом. Так формули  $x + y = z$  і  $z - y = x$  зображають одне й те саме відношення між трьома предметами (числами), однак важливо розрізнити функції «+» та «-», які входять до складу першого та другого формулювань відповідно. Фреге не ототожнював рівнозначні функції [9; 219]; звідси, оскільки формули суть пропозиційні функції, а речення отримуються заміщенням змінних сталими у пропозиційних функціях, впливає, що не слід ототожнювати й рівнозначні (еквівалентні) формули й речення. Р. Сушко запропонував у зв'язку із цим ввести на додачу до оператора еквіваленції оператор тотожності [4]. Така пропозиція надто формальна і не пояснює суті справи: *чому* слід розрізнити еквівалентні формулювання. Необхідність у виділенні одного

аргумента в предикаті є таким поясненням. У формулах алгебри й аналізу залежна змінна (значення функції) є таким виділеним аргументом; у природних мовах це — підмет. Фреге, постійно використовуючи в якості прикладів формул і речень рівняння й нерівності, не помітив цього, а тому й не зрозумів, що підмет виділяється у реченні на чисто логічних підставах. Однак, пройшовши мимо цієї важливої ідеї, він, все ж, наблизився до її усвідомлення впритул. А саме, розрізнення поняття і предмета, як відзначалося вище, Фреге проводить на основі розрізнення підмета й групи присудка.

Тим не менше предикатні мови позбавлені засобів для позначення виділеного аргумента. Тому потрібно знайти більш досконалу категоріальну структуру формальних мов, яка б забезпечила нас такими засобами. В якості такої оберемо функціональну структуру, тобто замінимо категорію предиката на категорію функції; це розв'яже проблему виділеного аргумента, оскільки таким буде значення функції, як відзначено в попередньому абзаці. Це також цілковито відповідатиме програмі самого Фреге, який намагався будувати логіку у винятково функціональному стилі. Потрібно лише узагальнити поняття функції до поняття неоднозначної ( $n$ -значної при довільному натуральному  $n$ ) функції. Це *необхідно*, оскільки однозначні функції входять до складу лише предикатів, однозначних хоча б за одним із аргументів (так «+» входить до складу  $x + y = z$ ). Відношення між значенням неоднозначної функції та самою функцією разом з її аргументами є узагальненням рівності на випадок неоднозначних (загальних) імен; позначатимемо це відношення знаком наближеної рівності « $\approx$ » і називатимемо *відношенням представлення* (див.: [2]). В якості виділеного аргумента у виразах виду (4) братимемо перший аргумент (це, звичайно, домовленість, яка може бути змінена). В такому разі (4) переписеться як

$$x_1 \approx f(x_2, \dots, x_n), \quad (6)$$

де « $\approx f(\dots)$ » відповідатиме « $F(\dots)$ » у (4), тобто поняття  $F(\dots)$  зобразить не (6), а вираз  $\approx f(x_2, \dots, x_n)$ .

Називатимемо мови з такою будовою функціональними або *індивідними*. В них виявлений вище факт про допущенність лише двох  $\lambda$ -конверсій всякого виразу виду (6):

$$\lambda x_1, \dots, \lambda x_n (x_1 \approx f(x_2, \dots, x_n))$$

та

$$\lambda x_1 (x_1 \approx f(x_2, \dots, x_n)),$$

набуває деякої наочності, оскільки видно, що часткові конвертації руйнують цілісність функції.

Так чи інакше, від застосування при конверсії оператора  $\lambda$  доцільно відмовитися взагалі: він має вигляд дескриптивного оператора, а це, як говорилося вище, знаходиться у відвертому протиріччі з його призначенням. Тому варто знайти якийсь неоператорний спосіб відзначання конвертованих змінних. Вперше такий спосіб, імовірно, був введений Б. Расселом у *Principia Mathematica* [11; 15, 40]; він полягав у виставленні над конвертованими змінними «дашка», так що з (4) виходило

$$F(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n).$$

Скористаємося ідеєю Рассела, але видозмінимо його позначення: замість того, щоб додавати до змінних індексні знаки, перетворимо на індекси самі змінні, вписуючи їх у вигляді верхніх індексів при символі поняття; дужки при цьому приберемо



зовсім, оскільки наявність змінних вже сама собою означатиме предикативність поняття, з якого отримана дана конверсія. Тим самим отримуємо для предикатних мов замість (5) вираз

$$F^{x_1, \dots, x_n},$$

а для індивідних мов, відповідно, вираз

$$\approx f^{x_2, \dots, x_n},$$

в останньому виділений аргумент взагалі не треба позначати, оскільки на нього вказує порожня (ліва) валентність відношення представлення.

Тепер проблему синтаксизації співвідношення (3) можна вважати розв'язаною: для предикатних мов вона має записуватися як

$$F(x_1, \dots, x_n) \text{ — } F^{x_1, \dots, x_n}, \quad (3^P)$$

а для індивідних мов — як

$$\approx f(x_2, \dots, x_n) \text{ — } \approx f^{x_2, \dots, x_n}, \quad (3^I)$$

вираз (2) тепер можна переписати формально коректними виразами

$$S(R^{x,y}) \quad (2^P)$$

та

$$(\approx r^y) \approx s. \quad (2^I)$$

**Логістичні категорії.** Знайшовши спосіб вираження у формальних мовах співвідношення (3), ми можемо нарешті розглянути його властивості і тим самим встановити істину в дискусії Фреге–Керрі. Отже, побудуємо основи металогічної теорії співвідношень (3<sup>P</sup>), (3<sup>I</sup>).

Основне положення заявленої теорії полягає в тому, що обидва вирази кожного із співставлень (3<sup>P</sup>), (3<sup>I</sup>) завжди позначають один і той самий металогічний об'єкт. Інакше кажучи, яким би не було  $F$ , немає ніякої змістовної різниці між поняттям  $F(\dots)$  і предметом «поняття  $F(\dots)$ ». Відмінності, котрі породжують для кожного  $F$  два різні конструкти, суть чисто структурні; вони зумовлені можливістю, а часом і необхідністю, по різному структурувати одну й ту саму думку. В роботах Фреге міститься багато прикладів таких відмінностей у структуруванні. Візьмемо для наочності наступний: в обох реченнях — « $\forall x \forall y (x < y \rightarrow y \not< x)$ » і «відношення “<” асиметричне» — виражена одна й та сама думка. Відмінності між обома реченнями чисто структурні; основна відмінність полягає в тому, що поняття «менше» виступає в першому реченні як предикат, а в другому — як предмет і стоїть тут на аргументному місці. Всі ж інші відмінності несуттєві.

Звідси випливає, що один і той самий металогічний об'єкт у різних формулюваннях може виступати як в ролі поняття, так і в ролі предмета, — що означає релятивність обох статусів. Якщо еквівалентне перетворення може перевести деякий металогічний об'єкт з одного обговорюваного статусу в другий, то це означає, що не можна провести абсолютного поділу металогічних об'єктів на предмети й поняття. Але, власне, це позиція Керрі, а не Фреге. Як фрегевський аналіз міг привести до такого висновку?

Відповідь полягає в тому, що наше теоретичне твердження щодо (3<sup>P</sup>), (3<sup>I</sup>) стосується *принаймні деяких* логістичних об'єктів, але нічого не говорить про них усіх. Тому категорії з (3<sup>P</sup>), (3<sup>I</sup>) доцільно назвати *псевдовідносними (квазірелятивними)*,

— адже може статися, що деякі з логістичних об'єктів не підпадають під співставлення ( $3^P$ ), ( $3^I$ ) і тому мають тільки один із статусів (власне, статус предмета, оскільки ( $3^P$ ), ( $3^I$ ) очевидно стосуються будь-яких понять). Чи є такі об'єкти з абсолютним статусом? Логіка, схоже, не здатна розв'язати цю проблему. Адже говорити про будь-який предмет можливо лише користуючись його іменем [5; 95]; Фреге ж навіть власні імена емпіричних об'єктів (предметів) у певних контекстах зачисляє до імен понять (приклад із Юлієм Цезарем). Через це йому довелося *постулювати* існування абсолютних предметів; це здійснено в тексті через введення розрізнення «між тим, що може бути тільки предметом [в сенсі (а)]; див. початок поперед. пункту — Я. К.] і всім іншим. І це розрізнення не зітреться навіть у тому випадку, якщо підтвердиться припущення Керрі, що існують поняття [в сенсі (а) — Я. К.], які можуть бути також предметами [в сенсі (а) — Я. К.]» [8; 255]. Дане формулювання не можна вважати завершеним, оскільки введені в ньому типи об'єктів ніяк не названі і не відзначені. Щоб бути акуратним, Фреге слід було б написати щось на зразок:

- (с) предмет<sub>1</sub> — це металогічний об'єкт, який може бути тільки предметом<sub>0</sub> і не може бути поняттям<sub>0</sub>;
- поняття<sub>1</sub> — це металогічний об'єкт, який може бути і предметом<sub>0</sub>, і поняттям<sub>0</sub> (але не одночасно одним і другим),

де предмет<sub>0</sub> і поняття<sub>0</sub> — це категорії з (а); відтак предмет<sub>1</sub> і поняття<sub>1</sub> — нововведені категорії (с). Якби Фреге написав щось подібне, дискусія автоматично була б (об'єктивно) завершена, оскільки відношення між розрізненнями, на яких наполягали обидва дискутантні, було б прояснене. Адже тільки тут стає видно, що крім розрізнення (а) Фреге ввів ще одне, відмінне від нього і базоване на ньому, розрізнення (с). Тільки категорії з (с) абсолютні, тоді як категорії з (а) псевдовідносні. Оскільки Фреге наполягав на абсолютному статусі об'єктів логістики, але не вказав явно на різницю між (а) і (с), його позицію слід визнати недоформульованою.

Ця недоформульованість призвела до важливої помилки. А саме, опис (b) у Фреге недостатньо чіткий, так що може мати принаймні дві інтерпретації. Це стане зрозумілішим, якщо звернути увагу на те, що формулювання (а) насправді містить не одне, а два незалежні одне від одного розрізнення:

- (a<sub>1</sub>) поняття на відміну від предметів ненасичені

і

- (a<sub>2</sub>) імена предметів можуть виступати тільки в ролі підмета (групи підмета), але не групи присудка; імена понять — навпаки.

Те, що (a<sub>2</sub>) не залежить від (a<sub>1</sub>), видно з того, що воно сумісне з наступною гіпотезою, несумісною з (a<sub>1</sub>):

- (\*) предмети й поняття — однаково насичені;

цю (хибну) гіпотезу пізніше прийняв Б. Рассел [3; 141]. Кон'юнкція (\*) та (a<sub>2</sub>) рівнозначна наступній інтерпретації (b), яку Фреге наводить в кінці своєї статті:

- (b\*) предмети й поняття є членами відношень, мовне вираження яких і утворює речення.

Там же Фреге показує, що (b\*) приводить до регресу в нескінченність і тому має бути відкинуто. Заміна (\*) на (a<sub>1</sub>) дає (а), але це псевдовідносне розрізнення, як тепер

видно, сумісне з (b) і може служити його уточненням. Це уточнення полягає в тому, що на місцях груп підмета та присудка завжди стоять об'єкти, які (перш за все, денотати яких) мають принципово різні властивості, отже їхні категоріальні статуси несумісні (це і є сенс абсолютності, на якій наполягав Фреге); тим не менше принаймні деякі із цих об'єктів у різних контекстах можуть набувати кожного із цих несумісних статусів (це відносність Керрі, точніше, як ми вияснили, псевдокеррієва псевдовідносність).

Якщо тепер замінити граматичний аналіз на предикатний, з (a<sub>2</sub>) отримаємо:

(a<sub>2</sub>') предмети можуть бути тільки аргументами пропозиційних функцій, а поняття — займати місця пропозиційних функцій;

при заміні (a<sub>2</sub>) на (a<sub>2</sub>') всі тільки-но отримані висновки залишаться в силі, оскільки (a<sub>1</sub>) за Фреге і визначає розрізнення між функцією та аргументом [9]. Принципово важливо те, що (a), уточнюючи і виправляючи ідею (b), приводить до проблеми (3), яку інакше навряд чи можна взагалі помітити (тому її не помітив Рассел). Розв'язання ж (3<sup>p</sup>), (3<sup>l</sup>) цієї проблеми створюють синтаксис, який виходить за межі синтаксису логіки предикатів як такої, оскільки останній виростає винятково з (a<sub>2</sub>'). Таким чином, логістика породжує нові синтаксичні проблеми. Однією з таких проблем може бути коригування теорії типів, оскільки згідно з (3<sup>p</sup>), (3<sup>l</sup>) кожен порядок окрім предикатів багатьох типів обов'язково повинен містити один тип предметів. Це означає, що теорія типів має бути повністю переписана.

Зі сказаного видно, що суперечка Фреге–Керрі була до певної міри непорозумінням. Керрі наполягав на (b), але, не зрозумівши цілком проблеми (3), застосовував вказане розрізнення непослідовно, часом допускаючи некоректні вирази виду (1) (див. приклади 11 та 16 у Фреге); Фреге ж наполягав на (a) та (c), але не усвідомив різниці між обома розрізненнями та неелементарності першого з них і тому правильно не встановив залежності між усіма трьома розрізненнями. Він не навів необхідного експліцитного формулювання (c), через що, хоча й сформулював проблему (3), не зміг її синтаксизувати хоча б у формі (3<sup>p</sup>). Відтак, аналоги (2) не з'явилися у предикатних мовах. Немає їх там і досі.

Підсумуємо. Вище встановлено, що можливі два різні набори логістичних категорій предмета й поняття (предиката), які не суть альтернативні, але один набір вводиться на основі другого. Фундаментальними є псевдовідносні категорії з (a). Природне враження, нібито вони абсолютні, котре було і у Фреге, хибне, що доводять перетворення (3<sup>p</sup>), (3<sup>l</sup>). Таблиця металогічних категорій, наведена на початку даної роботи, відображає якраз (a).

**Перспективи розвитку логістики.** Дана робота повертає з небуття цілу металогічну дисципліну, яка, будучи по суті вказаною у працях Фреге, так і не набула визнання й формулювання. Це породжує багато перспективних теоретичних проблем. Як мінімум це задачі:

- сформулювати синтаксис окремо (3<sup>p</sup>) та (3<sup>l</sup>) у вигляді числень;
- побудувати комбіновані числення, утворені поєднанням традиційного та виявленого синтаксису; для цього, додатково,
- збудувати числення в індивідних мовах, аналогічні до предикатних;
- переформулювати теорію типів.

Для розв'язання першої з перелічених синтаксичних задач слід поставити більш фундаментальну проблему логістичних інваріантів. Таблиця на початку даної роботи містить категорії трьох родів: металогічні розміщуються в окремих комірках;

семантичні відповідають рядкам; логістичні — стовпчикам. В даній роботі, услід за Фреге, розглядалися, строго кажучи, металогічні, а не логістичні категорії. Потрібно, отже, ще сформулювати логістику (проблема (3)) незалежно від семантичних уточнень.

### Література

1. Барендрегт Х. П. Лямбда-исчисление: его синтаксис и семантика. Пер. с англ. – М., 1985.
2. Кохан Я. А. Парадокс Рассела и основания логики // Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке. Материалы VIII Общероссийской науч. конф. 24-26 июня 2004 г. – СПб, 2004.
3. Рассел Б. Философия логического атомизма. Пер. с англ. – Томск: Водолей, 1999.
4. Сушко Р. Не-фрегевская логика и теории, основанные на ней // Неклассическая логика. – М.: Наука, 1970.
5. Тарский А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. Пер. с англ. – М.: Изд. иностр. лит., 1948.
6. Фреге Г. Избранные работы. Пер. с нем. – М.: ДИК, РФО, 1997.
7. Фреге Г. Исчисление понятий, язык формул чистого мышления, построенный по образцу арифметического // Фреге Г. Логика и логическая семантика. Сб. трудов. Пер. с нем. – М.: Аспект Пресс, 2000.
8. Фреге Г. О понятии и предмете // Фреге Г. Логика и логическая семантика. Сб. трудов. Пер. с нем. – М.: Аспект Пресс, 2000.
9. Фреге Г. Функция и понятие // Фреге Г. Логика и логическая семантика. Сб. трудов. Пер. с нем. – М.: Аспект Пресс, 2000.
10. Чёрч А. Введение в математическую логику. Т. 1. Пер. с англ. – М.: Изд. иностр. лит., 1960.
11. Whitehead A. N., Russell B. Principia Mathematica. Vol. 1. – 2-nd ed., Cambridge: the University Press, 1950.